

## ΘΕΜΕΛΙΩΔΕΙΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Διδάσκοντες: Α. ΤΟΛΙΑΣ, Χ. ΣΑΡΟΓΛΟΥ

ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2022

**Θέμα 1.** [1,5 μον.]

Αν  $\sin(a - \beta) = -1$  να δείξετε ότι  $\cos(2a - \beta) = \sin a$  και ότι  $\cos(2a - \beta) = -\cos \beta$ .

**Θέμα 2.** [1,5 μον.]

Να εξετάσετε αν η  $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$  είναι ταυτολογία.

**Θέμα 3.** [1,5 μον.]

Αν  $A = \{1, 2\}$  να υπολογίσετε τα σύνολα  $B = \mathcal{P}(A) \setminus \{\emptyset\}$  και  $\Gamma = \mathcal{P}(B)$ .

**Θέμα 4.** [1,5 μον.]

Στο σύνολο  $E = \{1, 2, 3, 4\}$  θεωρούμε τη σχέση  $\sigma$  με

$$\sigma = \{(1, 1), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 1), (4, 1), (4, 4)\}.$$

Να εξετάσετε αν η  $\sigma$  είναι αυτοπαθής (ανακλαστική), αν είναι συμμετρική, αν είναι αντισυμμετρική και αν είναι μεταβατική αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

**Θέμα 5.** [1,5 μον.]

Αν  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x) = (x - 1)^2$  και  $A = [-1, 4]$  να υπολογίσετε τα σύνολα  $f^{-1}(A)$  και  $f(f^{-1}(A))$ .

**Θέμα 6.** [1,5 μον.]

Έστω  $r \in \mathbb{R}$ . Θεωρούμε το σύνολο  $B = \{t \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} : t < r\}$ . Ναδειχθεί ότι  $\sup B = r$ .

**Θέμα 7.** [1,5 μον.]

Να βρείτε μια συνάρτηση  $f : [0, 1) \rightarrow (0, 1)$  η οποία να είναι 1-1 και επί.

**Καλή επιτυχία!**